

# Workshop on Complex Geometry in Osaka 2023

2023年3月22日(水)-3月24日(金)  
大阪大学 理学部 E404 教室 (豊中キャンパス)

## プログラム

2023年3月22日(水)

14:00-15:00

日下部佑太 (京都大学) Surjective morphisms onto subelliptic varieties

15:30-16:30

岩井雅崇 (大阪大学) チャーン類が消えている log smooth 対の構造について

2023年3月23日(木)

10:30-12:00

山ノ井克俊 (大阪大学) 準射影多様体の基本群と双曲性

13:30-14:30

松本佳彦 (大阪大学) 写像の繰り込みエネルギーと共形測地線

15:00-16:00

菊田伸 (工学院大学) 境界の小平次元が最大・最小の場合のケーラー・アインシュタイン計量の体積増大度

2023年3月24日(金)

10:30-12:00

山ノ井克俊 (大阪大学) 準射影多様体の基本群と双曲性

13:30-14:30

糟谷久矢 (大阪大学) 可解ケーラー群とその周辺

15:00-16:00

久本智之 (東京都立大学) 代数多様体の最適退化に対応する幾何学的フローと、その漸近的構成について

16:30-17:30

服部広大 (慶應義塾大学) エネルギーを最小化する写像について

## アブストラクト

2023年3月22日(水)

日下部佑太 (京都大学) Surjective morphisms onto subelliptic varieties

岡の原理の文脈で Gromov は複素多様体の楕円性を導入し、Stein 多様体から楕円の複素多様体への写像に関する岡の原理を確立した。一言で述べると、Gromov の楕円性とは小林双曲性に代表される複素多様体の双曲性と真逆の性質である。Gromov の岡の原理は Forstnerič により岡多様体へと一般化され、その応用として任意の連結岡多様体が複素 Euclid 空間からの全射正則写像を持つことが示された。本講演では、代数多様体の圏における Forstnerič の定理の対応物及びその応用として得られる代数的補間定理について論じる。

岩井雅崇 (大阪大学) チャーン類が消えている log smooth 対の構造について

チャーン類が消えている複素射影多様体は、(有限被覆の違いを除いて) トーラスしかないことが Yau の定理からわかっている。この講演では log smooth 対  $(X, D)$  について同様の問題を考え講演者によって得られた結果を紹介する。この講演内容は arXiv:2103.08779 に基づく。

2023年3月23日(木)

山ノ井克俊 (大阪大学) 準射影多様体の基本群と双曲性

この講演では B. Cadorel, Y. Deng 両氏との共同研究で、最近得られた結果についてお話しします。論文については arXiv:2212.12225 をご覧ください。

一回目の講演では、準射影多様体  $X$  の基本群が、半単純代数群の中へザリスキー稠密かつ big な表現をもつとき、 $X$  は幾つかの擬双曲性を持つことをお話しします。

二回目の講演では、準射影多様体  $X$  が special であるとき、 $X$  の基本群の線形表現の像は (指数有限で) ベキ零であることをお話しします。

松本佳彦 (大阪大学) 写像の繰り込みエネルギーと共形測地線

共形多様体 (Riemann 計量の共形類を備えた多様体)  $M$  には、共形測地線とよばれる特別な曲線の族がある。その定義は  $M$  に付随する正規 Cartan 接続を用いて述べられるが、最近になって Fine と Herfray により、 $M$  を無限遠境界とする漸近的双曲 Einstein 空間  $(X, g_+)$  の固有極小曲面を利用する共形測地線の特徴づけが見出された。本講演ではこの特徴づけを  $(X, g_+)$  をターゲットとする固有調和写像を利用して書き直す。調和写像を用いる方法のほうが、ある意味で見通しがよいと思う。

もう少し詳しく述べると、Fine–Herfray が用いているのは繰り込み面積  $\mathcal{A}_{\text{ren}}$  の臨界点を与える曲面であり、同様にわれわれも繰り込みエネルギー  $\mathcal{E}_{\text{ren}}$  (というものを定義して) の臨界点を与える写像を用いる必要がある。別の言い方をすれば、これらはそれぞれ極小曲面、調和写像の方程式の Cauchy 境界値問題 (Dirichlet データと Neumann データを両方指定する) の解を用いるということである。

書き直しがうまくいく理由はあるところまでは明快なのだが、 $\mathcal{A}_{\text{ren}}$  に関する臨界性から導かれる Neumann データと  $\mathcal{E}_{\text{ren}}$  に関する臨界性から導かれるそれが一致するという点に関しては、今のところ「計算してみるとそうなる」としか説明できない。

上記のアプローチを強擬凸 CR 多様体のチェーンにも応用できるのではないかと期待している。それについても述べたい。

菊田伸 (工学院大学) 境界の小平次元が最大・最小の場合のケーラー・アインシュタイン計量の体積増大度

準射影代数多様体上のリッチ曲率が負の概完備ケーラー・アインシュタイン計量は、対数的標準束の正值性の仮定のもとで、その存在が Tian-Yau によって証明された。その体積は対数的標準束の自己交点数で表せ、よって体積有限という特徴がある。

しかしその一方、その計量は一般には有界幾何を持たないと思われており、それ以外の幾何学的な性質についてはほとんど何も分かっていない状況である。この講演では、境界の小平次元の観点で体積形式の増大度を考察し、小平次元が最大・最小の場合に得られた結果を紹介する予定である。

**2023 年 3 月 24 日 (金)**

**13:30-14:30**

糟谷久矢 (大阪大学) 可解ケーラー群とその周辺

コンパクトケーラー多様体の基本群となるような有限生成群をケーラー群と呼ぶ。”可解なケーラー群は冪零群を有限位数部分群にもつ (つまりケーラー群ならば可解であることと冪零であることはほぼ同値である)”ということが、Arapura-Nori 等による部分的な結果を経て最終的に Delzant によって証明された。今回の講演ではこの結果に関連する話題について講演者の考察を交えて解説を行う。

久本智之 (東京都立大学) 代数多様体の最適退化に対応する幾何学的フローと、その漸近的構成について

K 半安定でない Fano 多様体に対して Donaldson-二木不変量を最小化するようなテスト配位を最適退化と呼ぶ。最適退化は Kähler-Ricci 流や Calabi 流と呼ばれる幾何学的フローの代数的な対応物になっている。この講演では、最適退化と各種幾何学的フローの関係について解説する。また、幾何学的量子化を用いてこれらのフローを漸近的に構成する試みを紹介する。

服部広大 (慶應義塾大学) エネルギーを最小化する写像について

リーマン多様体間の滑らかな写像に対して定義される Dirichlet energy の臨界点は、調和写像と呼ばれる微分幾何学において重要な概念である。調和写像は、測地線や調和関数を包含する概念であり、盛んに研究されている。さらに、Dirichlet energy のエネルギー密度の累乗の積分として定義される p-energy もまた重要な概念である。本講演では、Harvey と Lawson によって導入された calibrated geometry を多様体間の写像に対して拡張し、ホモトピー類の中でエネルギーを最小化する写像や、エネルギーの値の下界について論じる。