

# 都の西北 代数幾何学シンポジウム 2021

会 期: 2021年8月17日(火)–20日(金)

会 場: 早稲田大学 理工学部 (オンライン開催)

世話人: 網谷 泰治 (鶴見大学), 石川 大蔵 (早稲田大学), 楫 元 (早稲田大学),  
鈴木 拓 (宇都宮大学), 古川 勝久 (城西大学), 渡邊 究 (中央大学)

助成金: 2020 稲盛財団助成 (代表: 渡邊 究)

## 8月17日火曜日

11:00–12:00 鈴木 拓 (宇都宮大学)

Characterizations of projective spaces and the Picard number of Fano manifolds

14:30–15:30 日下部 佑太 (京都大学)

Oka theory for algebraic manifolds

16:00–17:00 江尻 祥 (大阪大学)

On the abundance theorem for numerically trivial canonical divisors in positive characteristic

## 8月18日水曜日

11:00–12:00 石川 大蔵 (早稲田大学)

Rank 2 weak Fano bundles on del Pezzo 3-folds of degree 4

14:30–15:30 松村 慎一 (東北大学)

On projective manifolds with pseudo-effective tangent bundle

16:00–17:00 金光 秋博 (埼玉大学)

Projective varieties with nef tangent bundle in positive characteristic

## 8月19日木曜日

11:00–12:00 古川 勝久 (城西大学)

On the singular loci of higher secant varieties of Veronese embeddings

14:30–15:30 伊藤 敦 (岡山大学)

Linear systems on general polarized abelian varieties of type  $(1, \dots, 1, d)$

16:00–17:00 谷本 祥 (名古屋大学)

Rational curves on del Pezzo surfaces in characteristic  $p$

8月20日金曜日

11:00–12:00 渡邊 究 (中央大学)

Positivity of the exterior power of the tangent bundles

14:30–15:30 岩井 雅崇 (東北大学 (RACMaS))

On the structure of a log smooth pair in the equality case of the Bogomolov-Gieseker inequality

16:00–17:00 佐藤 榮一 (九州大学)

Fano bundles of fiber type on the projective space

	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
11:00–12:00	鈴木	石川	古川	渡邊
14:30–15:30	日下部	松村	伊藤	岩井
16:00–17:00	江尻	金光	谷本	佐藤

講演要旨:

August 17 (Tue)

## Characterizations of projective spaces and the Picard number of Fano manifolds

鈴木 拓 (宇都宮大学)

I will talk about two topics concerning positivity conditions of tangent bundles. One is Kovacs conjecture and the other is Mukai conjecture. The former says a manifold is a projective space if its tangent bundle satisfies some positivity condition. The latter says that the Picard number of a Fano manifold is small if its anticanonical line bundle satisfies some positivity condition. I will explain partial results about these two conjectures.

## Oka theory for algebraic manifolds

日下部 佑太 (京都大学)

多変数関数論における岡の原理に起源を持ち、正則写像の最も自然な値域として知られる複素多様体として岡多様体と呼ばれるものがある。岡多様体はある種の楕円性を持ち、半正値性や有理連結性と深い関係にあることが期待される対象である。本講演ではそのような岡多様体の代数幾何学的な側面について概説する。特に代数多様体の圏における岡多様体の類似物である代数的岡多様体を扱い、その爆発の岡性や代数的な射に対するジェット横断性定理について論じる。

## On the abundance theorem for numerically trivial canonical divisors in positive characteristic

江尻 祥 (大阪大学)

In this talk, I will prove the abundance theorem for numerically trivial canonical divisors in positive characteristic, assuming that the geometric generic fibers of the Albanese morphisms have only strongly  $F$ -regular singularities.

## Rank 2 weak Fano bundles on del Pezzo 3-folds of degree 4

石川 大蔵 (早稲田大学)

A weak Fano bundle is the vector bundle whose projectivization is a weak Fano manifold, i.e., a nonsingular projective variety whose anticanonical divisor is nef and big. In this talk, we classify rank two weak Fano bundles on a del Pezzo threefold of degree four. This is a joint work with Takeru Fukuoka and Wahei Hara.

## On projective manifolds with pseudo-effective tangent bundle

松村 慎一 (東北大学)

この講演では擬有効な (pseudo-effective) 接ベクトル束または非負曲率の特異計量を許容する接ベクトル束を持つ多様体について議論する. そのような多様体の有理連結射 (rationally connected fibration) や Albanese 射の構造定理について解説し, その応用として 2次元における分類について説明する. また, 数値的に有効な (nef) 接ベクトル束の場合と比較しながら, いくつかの未解決問題についても言及する. 本講演は細野元気氏 (東北大), 岩井雅崇氏 (大阪市立大学) との共同研究である.

## Projective varieties with nef tangent bundle in positive characteristic

金光 秋博 (埼玉大学)

複素数体上定義された滑らかな射影代数多様体  $X$  の接束がネフである場合 (1)  $X$  は Fano 多様体と平坦な多様体 (アーベル多様体のエタール商) へと分解できることや (2) その端射線収縮は滑らかであることが知られている. この講演では, これらの定理の正標数の場合への一般化について紹介する. より具体的には (a)  $X$  は Fano 多様体と数値的に平坦な多様体へと分解できることや (b) その端射線収縮が滑らかになることを紹介する. (渡邊究氏との共同研究)

**On the singular loci of higher secant varieties of Veronese embeddings**

古川 勝久 (城西大学)

For a projective variety  $X$  in  $\mathbb{P}^N$ , the  $k$ -secant variety  $\sigma_k(X)$  is defined to be the closure of the union of  $k$ -planes in  $\mathbb{P}^N$  spanned by  $k$ -points of  $X$ . It is well known that  $\sigma_{k-1}(X)$  is contained in the singular locus of  $\sigma_k(X)$ . Let us consider the case when  $X$  is the image of the Veronese embedding  $\mathbb{P}^n$  to  $\mathbb{P}^N$  of degree  $d$ , where  $N = \binom{d+n}{d} - 1$ . In the case of  $k = 3$ , K. Han showed that  $\text{Sing}(\sigma_3(X)) = \sigma_2(X)$ , except when  $d = 4$  and  $n > 2$ . In the exceptional case,  $\text{Sing}(\sigma_3(X))$  is the union of  $\sigma_2(X)$  and  $D$ , where  $D$  is an irreducible subset. In this talk, we first give a geometric description of this  $D$  for  $k = 3$ , and next study the case of  $k > 3$ . I will explain projective techniques with respect to an explicit calculation of projective tangent spaces to  $X$  and the projection from the incidence correspondence of  $\sigma_k(X)$ . This is a joint work with Kangjin Han.

**Linear systems on general polarized abelian varieties of type  $(1, \dots, 1, d)$** 

伊藤 敦 (岡山大学)

$g$ 次元偏極アーベル多様体  $(X, L)$  に対し,  $(X, L)$  の型と呼ばれる  $d_1|d_2|\dots|d_g$  を満たす正の整数の列  $(d_1, \dots, d_g)$  が定まる. Fuentes García は,  $d \geq 2^{g+1} - 1$  ならば  $(1, \dots, 1, d)$  型の一般の  $g$ 次元偏極アーベル多様体  $(X, L)$  は射影正規であると予想し,  $g \leq 4$  の場合にその予想を証明した. この講演では, この予想およびその高次シジジーへの一般化が任意の次元について成り立つことを紹介する.

**Rational curves on del Pezzo surfaces in characteristic  $p$** 

谷本 祥 (名古屋大学)

Manin's conjecture over finite fields predicts the asymptotic formula for the counting function of rational curves of bounded degree on smooth Fano varieties defined over finite fields. In his unpublished notes, Batyrev developed a heuristic for this conjecture and the assumptions he used are generalized and systemized as Geometric Manin's conjecture in characteristic 0. In this talk I would like to explain our attempt to understand Geometric Manin's conjecture in characteristic  $p$  for weak del Pezzo surfaces extending results on GMC for del Pezzo surfaces in char 0 by Testa to char  $p$  for most primes  $p$ . In the course of our investigation, we observe that some pathological examples of weak del Pezzo surfaces studied by birational geometers provide us examples of weak del Pezzo surfaces whose exceptional sets for weak Manin's conjecture are Zariski dense which is contrast to some positive results on exceptional sets in char 0. This is joint work in progress with Roya Beheshti, Brian Lehmann, and Eric Riedl.

## Positivity of the exterior power of the tangent bundles

渡邊 究 (中央大学)

By Mori's solution of the Hartshorne conjecture, the only smooth projective variety with ample tangent bundle is the projective space. As a generalization of the Hartshorne conjecture, Demially, Peternell and Schneider studied smooth projective varieties with nef tangent bundle. They proved that such variety  $X$  admits an étale cover  $Y$  such that the Albanese map  $Y \rightarrow \text{Alb}(Y)$  is a smooth morphism whose fibers are smooth Fano varieties with nef tangent bundle. In this talk, we will study smooth projective varieties such that the  $r$ -th exterior power of the tangent bundle is nef, paying special attention to the case  $r = 2$ .

## On the structure of a log smooth pair in the equality case of the Bogomolov-Gieseker inequality

岩井 雅崇 (東北大学 (RACMaS))

宮岡-Yau 不等式の等号が成立するならば, 射影複素多様体  $X$  の構造は限られることが分かっている. より正確に述べると「 $X$  が Kahler-Einstein 計量を持つとき, 宮岡-Yau 不等式が成り立ち, さらにその宮岡-Yau 不等式の等号が成立するならば,  $X$  の普遍被覆空間は複素射影空間, 複素 Euclid 空間, 複素 Euclid 空間の単位球の 3 種類に限られる」ことが分かっている. 本講演では log smooth pair  $(X, D)$  に対して「 $(X, D)$  に関する宮岡-Yau 型の不等式の等号が成立するならば,  $(X, D)$  の構造はどのようなものになっているか」という問題を考え, その問題に関する関連研究ならびに講演者によって得られた定理を紹介する.

## Fano bundles of fiber type on the projective space

佐藤 榮一 (九州大学)

A rank  $r$  vector bundle  $E$  on a smooth projective variety  $M$  is called Fano bundle if the anti-canonical line bundle  $-K_{P(E)}$  of the projective bundle  $P(E)$  is ample. We study the property of such Fano bundles  $E$  mainly on the projective space by using an elementary contraction  $\phi : P(E) \rightarrow \phi(P(E))$  which is not a canonical projection. Then in case of  $n = r > 2$  we state the structure of  $E$  on the projective space with  $\dim \phi(P(E)) = n - 1, n, 2n - 2$ , assuming  $\phi$  is of equidimension. Moreover we mention Fano bundles on the projective space in case  $n = r = 3$ .