集中講義のお知らせ

以下の要領で, zoom による遠隔講義が, 山口大学の集中講義として開講されます. 講演者の御厚意により, 本講演に興味のある他大学の大学院生、学部生や研究者にも聴講していただけることになりました. 聴講を御希望の方は,

所属・氏名・身分（学部生・院生、役職など）

を記載したメイルを, 最後に記してあります「世話人」のアドレスにお送りください。

講演者名：	小池直之氏 (東京理科大学)
講義題目：	平均曲率流
日　　時：	2020 年 10 月 26 日 (月) から
形　　態：	zoom による遠隔講義

概要 平面を 2 つの領域に分ける曲線，及び，空間を 2 つの領域に分ける曲面は界面とよばれる．界面という用語は，2 つの領域に別々の物質 (例えば，水と油) があり，それらの物質を分ける境界面という意味合いで用いられる．界面は時間の経過と共に動く．その動きの法則を記述する方程式は界面運動方程式とよばれる．界面運動方程式の与え方は一意ではない．界面の内側，外側の物理的状態によらない界面の形状のみに依存する界面運動方程式の代表的例として，平均曲率流方程式が知られており，界面の形状および界面の内側の物理的状態に依存する界面運動方程式の代表的例としては，非等方的平均曲率流方程式が知られている．平均曲率流方程式の解を与える界面の 1 パラメーター族は平均曲率流とよばれる．平均曲率流の研究方法として，等高面法によるアプローチ，フェイズフィールド法によるアプローチ，はめ込み写像の時間発展として取り扱うアプローチの 3 つが挙げられる．等高面法とフェイズフィールド法は，解析学の分野のアプローチである．一方，はめ込み写像の時間発展として取り扱う方法は，微分幾何学の分野のアプローチである．

本講義では，微分幾何学の視点から，(ユークリッド空間に限らず，一般の) 曲率をもつリーマン多様体内の平均曲率流を，はめ込み写像の時間発展として研究する方法について学ぶ．ある多様体 M からあるリーマン多様体 $(\widetilde{M}, \widetilde{g})$ へのはめ込み写像の像 $f(M)$ は，$(\widetilde{M}, \widetilde{g})$ 内のリーマン部分多様体とよばれる．特に，余次元 1(つまり，$\dim \widetilde{M} - \dim M = 1$) のとき，$f(M)$ はリーマン超曲面とよばれる．上述の界面は (ユークリッド空間内の) リーマン超曲面であり，界面運動方程式はリーマン超曲面の流れを定める時間発展方程式である．最近では，ラグランジュ平均曲率流をはじめとして，余次元 2 以上のリーマン部分多様体の流れを定める時間発展方程式 (平均曲率流方程式，保存則をもつ平均曲率流等) の研究も注目されている．特に，n 次元多様体 M から $(n+r)$ 次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^{n+r}$ へのはめ込み写像は，そのグラフと同一視することにより，M 上の自明なベクトルバンドル $M \times \mathbb{R}^{n+r}$ の切断とみなされ，一方，3 次元ポアンカレ予想解決に用いられたリッチ流は多様体 M 上のリーマン計量の流れを定めるリッチ流方程式とよばれる時間発展方程式の解であり，M 上のリーマン計量は $(0, 2)$ テンソルバンドル $T^*M \otimes T^*M$ の切断である．このように，平均曲率流方程式もリッチ流方程式もベクトルバンドルの切断の時間発展方程式であり，しかも，同種の弱放物型非線形偏微分方程式であり，各々の研究が相互に影響を及ぼし合う．本講義では，局所的な話ではなく大域的な話であることをアピールするために，様々な幾何学量をベクトルバンドルの切断として取り扱い，局所座標系を用いた (幾何学量の) 局所表示を必要のない限り用いないことにする．

本講義を大きく5つのパートに分けると，次のようになる．

I. リーマン部分多様体論
II. 平均曲率流
III. 体積を保存する平均曲率流・表面積を保存する平均曲率流
IV. 逆平均曲率流
V. 平均曲率流とリッチ流

予備知識として，曲面論，及び多様体論に関する基礎知識を必要とします．

参考書 ： 平均曲率流 (共立出版, 小池直之著) (2020 年 5 月 1 日 初版 2 刷発行)

世話人： 山口大学理学部 中内伸光
nakauchi@yamaguchi-u.ac.jp